

姓名

日期

时期

## 家庭辅助学习资料

### 多项式和有理函数

在本单元中，学生将学习一种函数，即**多项式**。（在低年级，学生学习了两种特殊的多项式函数：线性函数和二次函数。）多项式是仅涉及一个字母（称为变量）的多项之和，其中变量的指数是整数。例如， $3x^3 - x^2 + 10$ 和 $5x^6$ 是多项式。但 $6x^{-2} + 2x^{-1}$ 则不是，因为指数是负数。而 $2xy - 7x$ 也不是，因为它涉及多个变量。学生将联系表示多项式函数的不同方式，例如图像和方程。

数字的乘法和除法将扩展到多项式，因此，这是温习手算乘除运算技能的好机会。当进行数字乘法运算时，我们经常使用分配律，将一个数字的每一部分与另一个数字的每一部分相乘。例如，34 是 30 加 4，或 3 个 10 加 4 个 1。每个数字的十位和个位乘以另一个数字的十位和个位，然后将所有结果相加。当多项式相乘时，我们也使用分配律。以下是每种情况的示例：

$$\begin{aligned} &(30 + 4)(10 + 5) \\ &= 30(10 + 5) + 4(10 + 5) \\ &= 30 \cdot 10 + 30 \cdot 5 + 4 \cdot 10 + 4 \cdot 5 \\ &= 300 + 150 + 40 + 20 \\ &= 510 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(x - 7)(2x + 3) \\ &= x(2x + 3) + (-7)(2x + 3) \\ &= x \cdot 2x + x \cdot 3 + (-7) \cdot 2x + (-7) \cdot 3 \\ &= 2x^2 + 3x - 14x - 21 \\ &= 2x^2 - 11x - 21 \end{aligned}$$

数字或多项式的乘法可以用多种方式表示，学生应该找到一种有意义且有用的方法。让学生为你展示如何进行多项式乘法运算。多项式的长除法看起来很像数字的长除法。以下是每种情况的示例：

$$\begin{array}{r} 31 \\ 12372 \\ -36 \\ \hline 12 \\ -12 \\ \hline 0 \end{array}$$

姓名

日期

时期

$$\begin{array}{r}
 3x + 1 \\
 x + 23x^2 + 7x + 2 \\
 -3x^2 - 6x \\
 \hline
 \phantom{x + } x + 2 \\
 -x - 2 \\
 \hline
 \phantom{x + } 0
 \end{array}$$

除法也可以用多种方式表示，因此，如果你或你的学生学习了进行长除法的不同方法，那么这种方法也可以扩展到多项式。

**你可以和学生一起尝试这些任务：**

1. 使用你喜欢的任何方法将 47 乘以 25。尝试使用相同的方法来进行乘法运算  $(4x + 7)(2x + 5)$ 。有何相同点？有何不同点？
2. 使用你喜欢的任何方法将 372 除以 12。然后以另一种方式表示除法，例如使用图像或文字。
3. 分解这些表达式。通过因数相乘来检查你的答案。当你进行因式分解和乘法运算时，你如何知道每一步要做什么？
  - a.  $x^2 + 5x + 6$
  - b.  $x^2 + 2x - 8$

**解：**

1. 计算 47 乘以 25 的一种方法是使用标准乘法算法。对于  $(4x + 7)(2x + 5)$ ，我们可以用类似的方法。正如我们将 47 乘以 5，然后乘以 20，最后将结果相加，我们也可以将  $4x + 7$  先乘以 5，再乘以  $2x$ ，然后将结果相加。这是两个版本：

$$\begin{array}{r}
 47 \\
 \times 25 \\
 \hline
 235 \\
 +940 \\
 \hline
 1175
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4x + 7 \\
 \times 2x + 5 \\
 \hline
 20x + 35 \\
 + 8x^2 + 14x + 0 \\
 \hline
 8x^2 + 34x + 35
 \end{array}$$

2. 计算 372 除以 12 的一种方法是标准除法算法（如前所示）。另一种方法是减法。为了提高效率，我们可以拿走几组 120（十个 12），直到结果小于 120，然后拿

---

姓名

日期

时期

走几组 12。我们可以从 372 中拿走 3 组 120 和 1 组 12，那么我们就什么也没有剩下了。所以一共有 31 组 12。

3.

a.  $x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$

b.  $x^2 + 2x - 8 = (x + 4)(x - 2)$



© CC BY 2019 by Illustrative Mathematics®